Corso:Meccanica Analitica/Relatività Speciale/Conseguenze dell'ipotesi di Einstein: dilatazione dei tempi e contrazione delle lunghezze

L'ipotesi di Einstein che il modulo della velocità della luce è costante in tutti i sistemi di riferimento inerziali ha conseguenze **non banali**. Come abbiamo già potuto notare dalle trasformazioni di Lorentz, viene a cadere il concetto di tempo assoluto, che fin da Aristotele era il paradigma diffuso e accettato dalla comunità scientifica. Questo è un effetto interessante: a conseguenza dell'ipotesi di Einstein, siamo di fronte ad una **dilatazione dei tempi** quando cambiamo sistema di riferimento.

1 Dilatazione dei tempi

Facciamo un esempio, studiando un modello. Consideriamo un'astronave che passa per l'origine del nostro sistema di riferimento con velocità orizzontale $v = \text{cost}$. Su questo razzo sono presenti due specchi, a distanza di un metro l'uno dall'altro; un raggio luminoso parte da uno dei due specchi, viene riflesso dal secondo e torna al laser d'origine. Questo sarà il nostro particolare *orologio*, che misura il tempo in spazio percorso dal raggio luminoso. Un intervallo fondamentale è un periodo completo, che sarà pari a $\Delta t' = \frac{l}{c} = 2\text{m}$, posto ovviamente $c = 1$. L'apice indica che ci troviamo nel sistema di riferimento del razzo e non a terra.

L'evento che studiamo è proprio il raggio di luce che parte dal laser. Abbiamo quindi:

$$\begin{aligned}\Delta t' &= 2\text{m}\\ \Delta x' &= 0\\ \Delta y' &= 0\\ \Delta z' &= 0\end{aligned}$$

Consideriamo ora la grandezza $\Delta s' = \Delta t'^2 - (\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2) = 4$. Di questa grandezza ne parleremo in seguito, per ora prendiamola così per buona.

Spostiamoci adesso nel sistema a terra. Il raggio luminoso si sposta assieme al razzo (esattamente come nel caso di Michelson-Morley, percorre una traiettoria triangolare, con la base pari a Δx e i lati obliqui di dimensione c). Avremo le seguenti variazioni:

$$\begin{aligned}
&\Delta x = v\Delta t \\
&\Delta y = 0 \\
&\Delta z = 0 \\
&\Delta t = 2\sqrt{l^2 + \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} = 2\sqrt{l^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}
\end{aligned}$$

Notiamo che $\Delta t' \neq \Delta t$. In particolare $\Delta t' = \frac{2}{c}$, applicando le trasformazioni di Lorentz:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow (\Delta x = 0) \quad \Delta t = \Delta t'\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Da questo otteniamo che $\Delta t = \frac{2}{c}\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}$. Ovvero, $\Delta t > \Delta t'$, ovvero i tempi **si dilatano per velocità più basse**. Notiamo tuttavia che il Δs definito come sopra resta invariato in entrambi i sistemi di riferimento (il calcolo è solo algebra elementare).

2 Contrazione delle lunghezze

Adesso, passiamo a considerare un altro fenomeno fisico, stavolta di tipo particellare. Attraverso dei particolari rilevatori, riusciamo ad osservare un gran numero di **muoni** che arrivano a Terra, formatisi all'inizio dell'atmosfera terrestre (generati dal vento solare che incontra l'atmosfera). Questo fenomeno è di per sé poco interessante, se non fosse che i **muoni non potrebbero arrivare a terra**. (Nota bene: la storia è diversa dalla leggenda del calabrone che non può volare perché ha le ali troppo piccole eccetera.)

Infatti, la velocità dei muoni è pari a $v = 0.99999c$, molto prossima a quella della luce; tuttavia, la vita media di un muone è pari a 10^{-7}s , dopo i quali decade in un elettrone e un antineutrino. Facendo un breve calcolo, lo spazio percorso, con quella velocità e in quel tempo, è al massimo qualche centinaio di metri (con fluttuazioni statistiche sulla vita del muone). Il limite dell'atmosfera si trova a venti chilometri (all'incirca) da terra. Bene.

Un modo di spiegare questo fenomeno è che, nel sistema di riferimento Terra, che ha velocità molto più basse di quelle del muone, il tempo si dilata secondo trasformazioni di Lorentz:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Poiché $\frac{v^2}{c^2} \to 1$, avremo che $\Delta t >> \Delta t'$: l'intervallo di tempo si dilata così tanto, infatti, da permettere al muone di arrivare a terra con la sua velocità caratteristica.

E se invece ci mettessimo nel sistema di riferimento del muone? Se ci sediamo sul muone (stringetevi), il tempo 10^{-7}s restano quello che sono, e la velocità è quella che è, cioè, dopo qualche centinaio di metri, il muone dovrebbe decadere e noi cadremmo nel vuoto (perché eravamo seduti sul muone). Allora, come è possibile che nel sistema di riferimento Terra i muoni arrivano al suolo, ma nel sistema di riferimento muone no?

Semplicemente, come il tempo si dilata, lo spazio si contrae. Consideriamo la stessa astronave dell'esempio precedente: su questa è presente un metro di lunghezza l' . Nell'istante in cui l'astronave passa all'origine, l'astronauta misura in un intervallo $\Delta t' = 0$ la lunghezza di un metro a terra. È fondamentale che la misura sia fatta in un istante pressoché nullo (altrimenti l'astronave va via e il metro si trova ad essere lungo qualche chilometro). Questa lunghezza è pari a:

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Risulta quindi essere $\Delta x' < \Delta x$: lo spazio si contrae a seconda del sistema di riferimento. Il muone, quindi, riesce ad arrivare a terra perché lo spazio che percorre è molto minore di quello che vediamo noi.

Queste due conseguenze posero fine all'assolutismo dello spazio e del tempo: queste due misure, infatti, sono **relative** al sistema di riferimento in cui vengono misurate. C'è una ragione, quindi, se viene chiamata "teoria della relatività".

3 Fonti per testo e immagini; autori; licenze

3.1 Testo

- **Corso:Meccanica Analitica/Relatività Speciale/Conseguenze dell'ipotesi di Einstein: dilatazione dei tempi e contrazione delle lunghezze** *Fonte:* https://it.wikitolearn.org/Corso%3AMeccanica_Analitica/Relativit%C3%A0_Speciale/Conseguenze_dell'ipotesi_di_Einstein%3A_dilatazione_dei_tempi_e_contrazione_delle_lunghezze?oldid=39567 *Contributori:* Ale e Dan

3.2 Immagini

3.3 Licenza dell'opera

- [Project:Copyright Creative Commons Attribution Share Alike 3.0 & GNU FDL]
- Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0