Utente:Dan/Elettromagnetismo/ Magnetostatica/Applicazioni della forza di Lorentz

1 Seconda equazione di Laplace

Inutile dire, la forza di Lorentz ha talmente tante applicazioni che senza non esisterebbe la tecnologia moderna. La prima che vediamo è nota come **seconda equazione di Laplace** ed esprime la forza che subisce un filo conduttore percorso da corrente elettrica. Supponiamo l'elemento di filo avere lunghezza $d\mathbf{l}$ orientato come la corrente e sezione S , la forza che questo subisce sarà (posto math>n = \frac{N}{\tau}</math> densità di cariche volumica):

$$\begin{aligned} d\mathbf{F} =& Nq\,\mathbf{v}_D \times \mathbf{B} = n(Sdl)q\,\mathbf{v}_D \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}\,Sdl = \\ & (JS)\,d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

Il nome è dovuto al fatto che la prima equazione di Laplace, come vedremo nella prossima sezione, è l'espressione generale per calcolare il campo magnetico generato da un circuito.

2 Dinamica delle particelle sotto la forza di Lorentz

Le particele in movimento variano la loro traiettoria sotto l'influsso della forza di Lorentz; nel caso particolare in cui velocità e campo siano perpendicolari, avremo che la forza sarà sul piano perpendicolare a entrambi, con verso dipendente dalla carica e dedotto con la regola della mano destra e intensità pari al prodotto dei moduli di velocità e campo. Tuttavia, nel caso generale in cui non sono esattamente perpendicolari, la velocità avrà due componenti $V_\perp = v \sin\theta$ e $v_{||} = v\cos\theta$, dove θ è l'angolo formato dalla velocità e dal vettore campo di induzione magnetica. Sotto queste condizioni, è facile osservare che la componente parallela $v_{||}$ *non subisce alcuna forza* e resta quindi costante nel tempo, mentre ciò non vale per l'alta componente $v_\perp$, che subisce appieno la forza di Lorentz e varierà nel tempo. Il risultato è che le particelle si muoveranno di moto uniforme lungo la componente parallela, ma descriveranno circonferenze lungo la componete perpendicolare. In parole povere, **le particelle percorreranno un'elica circolare** nel loro moto lungo lo spazio, "avviluppandosi" attorno al filo percorso da corrente che ha generato il campo.

Inoltre, come vedremo nel caso del ciclotrone, il periodo di rotazione lungo il moto circolare **è indipendente da velocità e raggio**, quindi potremo anche conoscere il passo dell'elica:

$$P = v \cos\theta \, T_c$$

3 Campo magnetico terrestre

Che esista il campo magnetico è cosa nota a tutta la popolazione; questo ci protegge dal vento solare e, se non ci fosse, non sarebbe in alcun modo possibile la vita sulla Terra. Tuttavia, oltre a questo piccolo e rilevante particolare, il campo terrestre ha anche comportamenti interessanti: nelle regioni polari, dove ha particolari condizioni (tra cui una maggiore intensità), il campo fa sì che le particelle provenienti dal vento solare restino *intrappolate* in una regione di spazio: così facendo la loro frequenza aumenta ed emettono fotoni, e il risultato sono le **aurore polari**. Le particelle che generano questo fenomeno restano intrappolate per sempre in quella regione, secondo un effetto simile alla bottiglia magnetica, fino a quando non esauriscono gran parte della loro energia.

4 Bottiglia magnetica

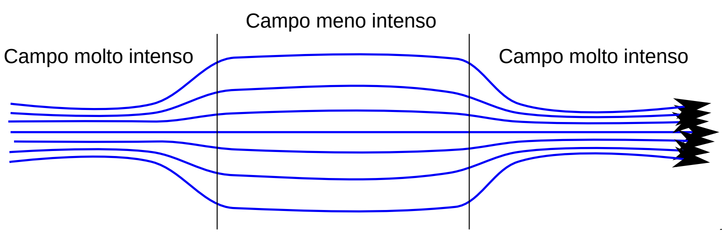


Fig. 6.1: schematizzazione del campo magnetico nella bottiglia magnetica.

Il principio che è alla base della bottiglia magnetica, meglio conosciuta come **specchio magnetico**, è stato per anni la speranza di riuscire a riprodurre in laboratorio la *fusione fredda*. Infatti, utilizzando questo fenomeno, si possono ingabbiare delle particelle in una determinata regione di spazio. Consideriamo lo schema in figura 6.1: il campo magnetico è molto intenso agli estremi, mentre è più debole nella "pancia" centrale. Una particella inserita in questo campo avrà la velocità in due componenti separate, $v_\perp$ e $v_{||}$. La velocità parallela $v_{||}$, quando la particella esce dalla pancia ed entra in una delle zone a campo più intenso, diminuisce man mano fino a diventare nulla: a quel punto sarà presente solo una componente perpendicolare $v_\perp$ che respinge indietro la particella. Il processo va avanti all'infinito e la particella resta ingabbiata nella zona a campo meno intenso; tuttavia, le traiettorie che questa può seguire possono essere molto complicate e non proprio banali.

5 Ciclotrone

Il ciclotrone è un antenato dei moderni acceleratori di particelle, è stato il primo ad essere progettato. Tuttavia, nei tempi moderni è molto utilizzato in fisica medica, in particolare nell'adroterapia, che utilizza ioni particolari per curare tumori altrimenti incurabili, come quelli centrati nel cervello o in un occhio (in questo si procedeva all'asportazione di tutto l'organo per evitare la morte del paziente). Un ciclotrone è brutalmente schematizzato in figura 6.2.

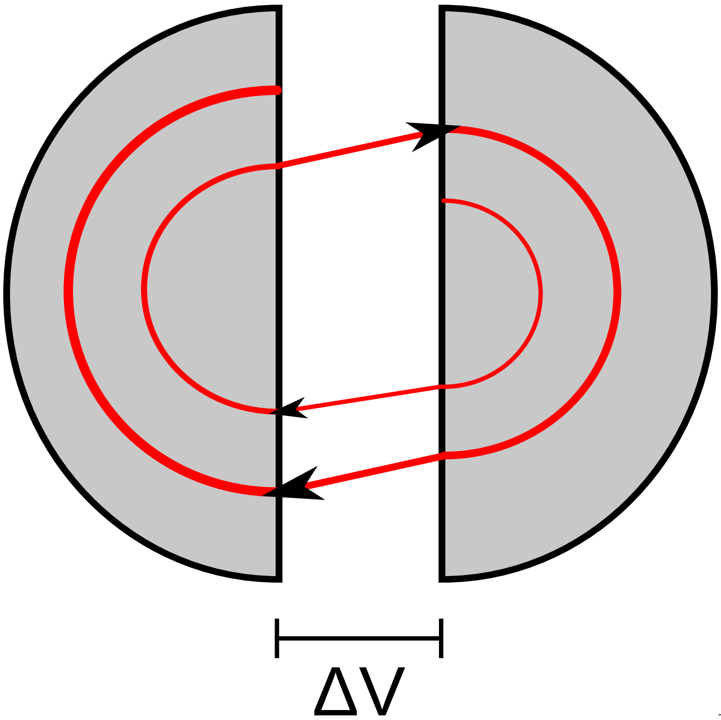


Fig. 6.2: schematizzazione brutale di un ciclotrone.

Questi sono formati da due *Dee*, ovvero due materiali conduttori a forma di D giganti, e sono separati di una certa distanza (molto piccola, in figura è accentuata). In questo spazio, che per necessità **deve essere vuoto**, è posta una differenza di potenziale costante ΔV , che accelera le particelle. Vediamo, però, perché deve esserci questa differenza di potenziale.

Se velocità e campo elettrico sono perpendicolari tra loro, la particella si muove di moto circolare uniforme, e la forza centripeta è proprio la forza di Lorentz. Eguagliandole:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{F_L}{m} = \frac{qvB}{m}$$

Da questa relazione ricaviamo il *raggio di ciclotrone* $R_C = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$. Possiamo quindi ricavare facilmente la velocità angolare e il periodo del moto:

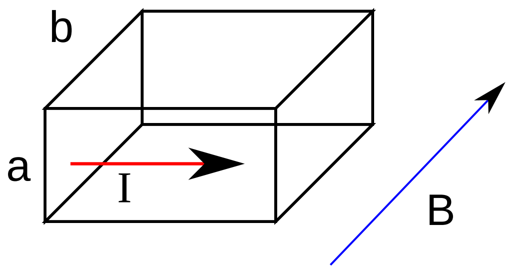
$$\omega_C = \frac{v}{R_C} = \frac{qB}{m}$$
$$T_C = \frac{2\pi}{\omega_C} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Queste due **non dipendono ne dal raggio ne dalla velocità della particella**. Quindi, se poniamo una particella a ruotare di moto circolare uniforme in un ciclotrone, questa si troverà *in fase* con la differenza di potenziale ogni volta che esce da uno dei due Dee e acquista un'energia cinetica pari a $\Delta K = q\Delta V$; aumentando la sua velocità, aumenta il suo raggio di ciclotrone e la traiettoria si allarga, ma si troverà sempre in fase con la ΔV che la accelera. Infine, questa avrà guadagnato un'energia cinetica pari a:

$$\Delta K_{fin} = 2Nq\Delta V$$

Quando la facciamo girare al limite delle Dee, la tiriamo fuori dal ciclotrone e la spariamo nel cervello del paziente che va curato. Se utilizziamo elettroni o fotoni, cureremo il piccolo cancro che c'è nel suo cervello creandone uno grande come metà del suo cranio: queste particelle, infatti, irraggiano energia *sempre*. Ci sono invece particolari ioni, come il carbonio pesante, che possono essere "settati" per irraggiare energia *solo dopo aver percorso una determinata distanza*: in questo modo attraversano il cervello del paziente senza creare danni, distruggono il tumore bersaglio e poi vengono assorbite dal corpo umano senza particolari contro indicazioni.

6 Effetto Hall



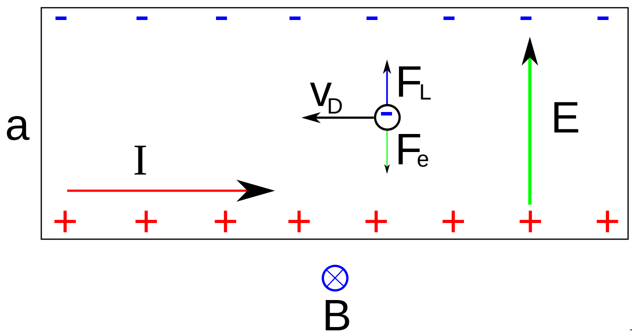


Fig. 6.3: schematizzazione dell'effetto Hall

Entriamo nel gorgo e iniziamo a parlare di cose che ci interessano maggiormente. Ad esempio, possiamo chiederci come si calcolano i campi di induzione magnetica. Si sfrutta la forza di Lorentz che agisce sulle particelle, usando correnti che scorrono in un conduttore. Questo fenomeno si chiama **effetto Hall** ed è usato in così tante tecnologie che se le elencassimo questo testo perderebbe senso di esistere. Nelle teorie quantistiche l'effetto Hall è ancora più importante come sviluppo teorico.

Facciamo riferimento alla figura 6.3; prendiamo un conduttore, per semplicità un parallelepipedo con due dimensioni a, b , e facciamo scorrere una corrente I lungo la lunghezza del terzo lato. Poniamo il conduttore in un campo magnetico esterno, in questo caso perpendicolare alla corrente (ma vale per qualsiasi distribuzione). Cosa accade nel conduttore?

Gli elettroni si muovono con una velocità $\mathbf{v}_D$ di verso contrario a quello della corrente; poiché è presente un campo magnetico (in figura è entrante nella sezione), questi sentiranno una forza di Lorentz verso l'alto, e inizieranno ad addensarsi sulla superficie superiore del conduttore. Poiché il conduttore è neutro, dall'altro lato si formerà una densità di cariche positive: a questo punto, ci sarà un campo elettrico interno al conduttore, e gli elettroni sentiranno a questo punto anche una forza elettrica, che li spinge verso il basso. Il processo va avanti nel tempo e converge, ovvero forza di Lorentz e forza elettrica sono in equilibrio tra loro:

$$
\begin{aligned}
&F_L = F_e \\
&ev_D B = eE \\
&E = v_D B
\end{aligned}
$$

Supponiamo la corrente essere stazionaria, avremo il campo elettrico uniforme pari a $E = \frac{\Delta V}{a}$. Allora possiamo esprimere la differenza di potenziale ai capi del conduttore in funzione del campo magnetico:

$$
V_H = a v_D \, B \propto B
$$

Questa viene chiamata **differenza di potenziale di Hall**; agendo su di essa, può essere *calibrata* in modo da riuscire a conoscere, per misura indiretta, il campo magnetico. Possiamo anche esprimere la corrente come $I = JS = J\,ab = nqv_D\,ab$; da questa ci ricaviamo la velocità di deriva come $v_D = \frac{I}{nq\,ab}$. Allora la differenza di potenziale di Hall diventa:

$$
\Delta V_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{b} = R_H \frac{IB}{b}
$$

La costante R_H si chiama **costante di Hall** e dipende solo da come sono fatti i portatori di carica nel conduttore; in meccanica quantistica, questa costante non ci fornisce informazioni solo sui portatori di carica, ma ci da informazioni sul materiale nel suo complesso, in particolare è molto studiata in struttura della materia.

Il segno del potenziale ΔV_H *indica quale carica partecipa alla corrente maggiormente*, se a muoversi sono di più le cariche positive o quelle negative. Inoltre, se invece di una sola corrente ne inseriamo tre, lungo i 3 assi, riusciremmo allora a calcolare il campo magnetico lungo i tre assi, ovvero le tre componenti, quindi ottenere il vettore completo $\mathbf{B}$

7 Fonti per testo e immagini; autori; licenze

7.1 Testo

- **Utente:Dan/Elettromagnetismo/Magnetostatica/Applicazioni della forza di Lorentz** *Fonte:* https://it.wikitolearn.org/Utente%3ADan/Elettromagnetismo/Magnetostatica/Applicazioni_della_forza_di_Lorentz?oldid=42960 *Contributori:* Dan

7.2 Immagini

- **File:FIgura6-1ELM.svg** *Fonte:* http://it.wikitolearn.org/images/it/2/2e/FIgura6-1ELM.svg *Licenza:* ? *Contributori:* ? *Artista originale:* ?
- **File:Figura6-2.svg** *Fonte:* http://it.wikitolearn.org/images/it/9/99/Figura6-2.svg *Licenza:* ? *Contributori:* ? *Artista originale:* ?
- **File:Figura6-3ELM.svg** *Fonte:* http://it.wikitolearn.org/images/it/2/22/Figura6-3ELM.svg *Licenza:* ? *Contributori:* ? *Artista originale:* ?

7.3 Licenza dell'opera