Utente: Dan/Elettromagnetismo/Correnti elettriche stazionarie/Fenomeni dissipativi

Abbiamo detto più volte che al passaggio di corrente si associano effetti di dissipazione di energia; non a caso, infatti, la maggior parte degli oggetti elettronici che utilizziamo tutti i giorni si surriscaldano quando vengono utilizzati, soprattutto se portati ad alte prestazioni. Vediamo più in particolare cosa significa.

1 Conduttori ohmici

Partiamo col dire che, per un qualsiasi materiale, l'espressione $\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_D$ si applica a *tutti* i portatori di carica che entrano in gioco: se a portare carica sono sia elettroni che ioni, l'espressione va calcolata per entrambi i casi. Ad ogni differenza di potenziale è associata quindi una determinata corrente, e potremo quindi esprimere questa in funzione del potenziale come $I = f(\Delta V)$. Questa funzione è detta **caratteristica del conduttore** e varia da conduttore a conduttore. Per i gas, ad esempio, risulta essere complicata e per nulla lineare, mentre per la maggior parte dei conduttori solidi metallici, detti **ohmici**, risulta essere una funzione **lineare** (non a caso si indicano come *conduttori ohmici lineari*). Per questo insieme di conduttori vale la **legge di Ohm**:

$$\Delta V = RI$$

Dove R è la **resistenza** del conduttore, che dipende *esclusivamente* dal materiale e dalla geometria del conduttore. Questa si misura in $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = \Omega$, che nel Sistema Internazionale è chiamato **ohm**.

L'espressione della resistenza è data da quella che è nota come *seconda legge di Ohm*: preso un conduttore lungo l e di sezione dS , avremo che la resistenza è:

$$R = \rho \frac{l}{dS}$$

Dove ρ (che non ha nulla a che fare con la densità di carica volumica) si chiama **resistività del materiale** ed è tipica di ogni materiale conduttore; si misura in $\Omega\,\mathrm{m}$. Spesso, soprattutto in struttura della materia, si esprime la resistività in termini di un'altra grandezza tipica del materiale, ovvero $\rho = \frac{1}{\sigma}$ dove σ (che non ha nulla a che fare con la densità di carica superficiale) si chiama **conducibilità**

del materiale. Nel Sistema Internazione si misura in $\frac{1}{\Omega}\frac{1}{\text{m}} = \frac{\text{Siemens}}{\text{m}}$. I parametri ρ, σ sono entrambi **funzioni della temperatura**. Per buoni conduttori la resistività è bassa e, nel caso del rame, si aggira attorno ai $\rho \sim 10^{-8}\Omega\,\text{m}$; per pessimi conduttori, o meglio buoni isolanti, come nel caso del legno, avremo $\rho \sim 10^{8}\Omega\,\text{m}$.

SI può anche esprimere la legge di Ohm localmente. Se i potenziali ai capi del conduttore sono *uniformi sulla superficie*, e il conduttore è circondato da un isolante, per le condizioni di raccordo avremo che **il campo elettrico lungo il conduttore è uniforme**. Potremo allora esprimere:

$$\mathbf{E}\,l = \Delta V = RI = \rho\frac{l}{dS}\,\mathbf{J}\,dS$$
$$\mathbf{E} = \rho\mathbf{J} \leftrightarrow \mathbf{J} = \frac{1}{\rho}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$

Questa è la **legge di Ohm locale** e vale punto punto lungo tutto il volume del conduttore. Questo ci dice che la densità di corrente lungo un conduttore ha lo stesso verso e la stessa direzione del campo elettrico nel conduttore; in generale, $\sigma = ||\sigma||$ è un **tensore** e, quindi, le componenti vengono mescolate in base alla conducibilità del materiale lungo le diverse direzioni, quindi **J** e **E** non avranno stessa direzione e stesso verso; nel caso dei conduttori ohmici, però, $||\sigma||$ è una matrice diagonale e, concordemente a quanto abbiamo detto, avranno stessa direzione e stesso verso.

2 Conduttori e superconduttori

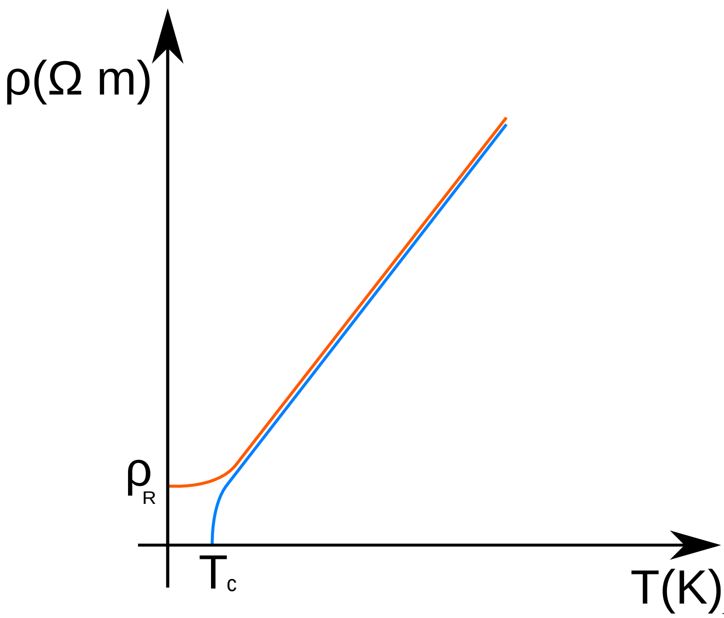

Fig. 5.4: in arancione il comportamento nei conduttori ohmici, in azzurro il comportamento nei superconduttori, della resistività al variare della temperatura.

Abbiamo già accennato che la resistività e la conducibilità sono due funzioni della temperatura: nella figura 5.4 è rappresentato l'andamento di ρ in funzione della temperatura; come possiamo notare, ha un andamento lineare per gran parte delle temperature però, quando ci si avvicina verso lo zero, non decresce più e resta costante (grafico in arancione) fermandosi a una resistività ρ_R , chiamata **resistività residua**, dovuta principalmente alla struttura reticolare del materiale. Questo andamento è caratteristico di tutti i conduttori ohmici standard, come ferro, rame argento eccetera.

In alcuni tipi di materiali, però, l'andamento è diverso: è sì costante per alte temperature però, una volta raggiunta una temperatura critica T_c , decresce rapidamente fino a diventare *nulla*. Se la resistività è nulla, la conducibilità è infinita, e questi materiali, una volta portati alla temperatura critica, conducono corrente elettrica **senza dissipazione di energia**: una volta messa a circolare corrente in un circuito chiuso, essa circolerà all'infinito. Questi materiali sono noti come **superconduttori**. Il fenomeno non ha una spiegazione classica, ma si può capire solo utilizzando le teorie quantistiche. Prima di tutto, i superconduttori non sono elementi puri, ma sono particolari combinazioni di metalli e semimetalli; gran parte dei superconduttori ad oggi noti diventano superconduttori a temperature prossime allo zero assoluto, ma una parte di essi, scoperta in tempi recenti, lo diventa a temperature alte (per alte temperature intendiamo le temperature in cui esiste l'azoto liquido). Seconda cosa, quando diventano superconduttori, i loro portatori di carica non sono più elettroni singoli, ma diventano *coppie di elettroni*, note come **coppie di Cooper**, e sono elettroni che si trovano *a grande distanza tra loro* ma che mantengono lo stesso comportamento lungo tutti i loro movimenti; l'effetto è che non ci sono più urti tra le coppie di Cooper e il reticolo del materiale e, quindi, la corrente scorre "gratis".

3 Energia dissipata

Vediamo come possiamo esprimere matematicamente l'energia che viene dissipata durante il passaggio di corrente. Posta una differenza di potenziale ΔV , il lavoro che compie il generatore è quello di portare le cariche dq all'inizio del circuito, quindi il lavoro è $dL = dq\,\Delta V = I dt\,\Delta V$, da cui ricaviamo immediatamente che l'energia dissipata nel passaggio della corrente è:

$$W = \frac{dL}{dt} = \Delta V I = RI^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Questo, ovviamente, è vero solo per conduttori ohmici e lineari per i quali si applica la legge di Ohm. Questa energia dissipata viene convertita in *calore*, per cui si surriscalda il conduttore attraverso cui passa la corrente (o il circuito). Questo fenomeno è chiamato **effetto Joule** e l'espressione scritta qui sopra è anche chiamata **legge di Joule**.

Come abbiamo fatto per la legge di Ohm, possiamo esprimere localmente la legge di Joule, esprimendo $dq = nq\,d\tau$, da cui viene automaticamente tutto il resto (ricordiamo $\mathbf{v}_D = d\mathbf{l}dt$):

$$dL = dq\Delta V = (nq\,d\tau)(\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}) = nq(\mathbf{v}_B\cdot\mathbf{E})dt\,d\tau = \mathbf{J}\cdot\mathbf{E}dt\,d\tau$$

Per l'espressione locale si preferisce parlare di *densità di energia dissipata*, definita come $w = \frac{W}{d\tau}$, che sarà:

$$w = \frac{W}{d\tau} = \frac{dL}{dt\, d\tau} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \sigma E^2 = \rho J^2$$

Questa è la **legge di Joule locale**, con cui esprimiamo l'energia dissipata attraverso il passaggio della corrente punto per punto.

In tutto il nostro discorso, abbiamo dato per scontato che la dissipazione avviene a causa degli urti tra particelle; cosa ci assicura che è proprio così? In realtà, già solo osservando l'espressione $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ possiamo concludere che ci sono degli urti: la forza che agisce sui portatori di carica, infatti, è $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ quindi, se è vera la legge di Ohm e valendo $\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_D$, avremo che

$$\mathbf{F} \propto \mathbf{E} \propto \mathbf{J} \propto \mathbf{v}_D$$

In sintesi, quindi, la forza è proporzionale alle velocità dei portatori di carica. Caso strano, in meccanica la forza che è proporzionale alla velocità è proprio la forza di attrito viscoso. Per poter studiare un modello meccanico del nostro fenomeno, consideriamo un piano inclinato chiodato (un pallinometro inclinato): i chiodini saranno gli atomi del reticolo che forma il materiale, mentre la pallina che vogliamo far scendere attraverso il reticolo è il portatore di carica. Quando lasceremo la pallina scendere, avremo un moto uniformemente accelerato solo tra un urto e l'altro; inoltre, posto τ il tempo medio che intercorre tra due urti consecutivi e *assumendo che la velocità venga azzerata a ogni urto*, possiamo applicare il teorema dell'impulso (ci riferiamo al tempo tra un urto e l'altro, quindi la differenza di quantità di moto si applica tra la velocità immediatamente dopo un urto, che è nulla per quanto abbiamo detto, e la velocità immediatamente prima dell'urto successivo):

$$m \langle \mathbf{v}_f \rangle - m \underbrace{\langle \mathbf{v}_i \rangle}_{=0} = \Delta\mathbf{p} = I_{\Delta t} = \mathbf{F}\,\tau$$

$$m \langle \mathbf{v}_f \rangle = \mathbf{F}\,\tau$$

$$\langle \mathbf{v}_f \rangle = \frac{\mathbf{F}\tau}{m}$$

La velocità finale prima di ogni urto è la velocità di deriva dei portatori; posto $\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_D$, avremo:

$$\mathbf{J} = nq\frac{\mathbf{F}\tau}{m} = nq\frac{q\mathbf{E}}{m}\tau = \frac{nq^2\tau}{m}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$

Ovviamente, quella non è l'espressione esatta per σ , ma la dipendenza da n resta comunque diretta. In ogni caso, utilizzando questo modellino meccanico eravamo solo interessati a mostrare come, assumendo che l'energia venga dissipata tramite degli urti, si ottenesse che $\mathbf{J}$ è proporzionale a $\mathbf{E}$.

Come abbiamo detto, la dipendenza da n è diretta; anche la dipendenza da τ lo è e, posto $\tau \sim \frac{\lambda}{\langle v \rangle} \sim \frac{\lambda}{\langle v_T(T) \rangle}$, si esprime la dipendenza di σ dalla temperatura: $\sigma(T) \sim \frac{1}{T}$. Quindi, al crescere della temperatura, la conducibilità di un conduttore si abbassa; al contrario, scendendo di temperatura, la conducibilità aumenta.

4 Caratteristica dei gas

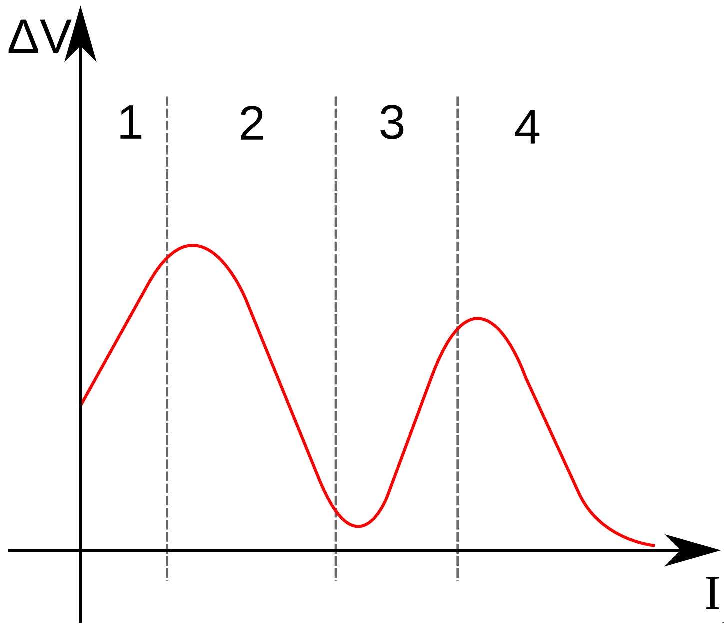

Fig. 5.5: Curva caratteristica dei gas (andamento puramente qualitativo). Tratto 1: scarica oscura; Tratto 2: scarica di Townsend; Tratto 3: scarica a bagliori; Tratto 4: arco voltaico.

Parliamo ora brevemente del comportamento caratteristico dei gas quando è applicata una differenza di potenziale ai loro capi. Abbiamo già anticipato che la funzione caratteristica è complessa e per nulla lineare: in figura 5.5 abbiamo schematizzato l'andamento qualitativamente.

Iniziamo col dire che, la prima difficoltà, è che i gas occupano tutto il volume a loro disposizione, quindi devono essere "ingabbiati" in un volume finito, di solito a forma cilindrica. Fatto ciò, poniamo due elettrodi ai capi del volume e applichiamo a questi una differenza di potenziale. Da questo punto in poi si verifica un *effetto a cascata*: le particelle del gas vengono accelerate e, urtando con le altre particelle, le ionizzano, facendo crescere nel tempo il numero di particelle n di cui il gas è composto; quindi, di conseguenza, σ non è costante e cresce col crescere del numero di particelle. Questa fase è chiamata **zona di scarica oscura**, e corrisponde al tratto 1 della figura 5.5; il nome è dovuto al fatto che le correnti presenti sono molto basse e poco apprezzabili e il gas appare quindi "oscuro". In tutta questa fase il comportamento è, per alcuni gas, approssimabile a un comportamento ohmico.

Questa fase culmina con un picco della corrente, che poi cala immediatamente: il tratto 2 della figura 5.5 coincide con la **scarica di Townsend**. In questa fase il numero di particelle n è cresciuto così tanto che σ raggiunge dei valori molto alti: la resistività del gas tende quindi a zero, ammazzando quasi del tutto la corrente nel tubo. Questo processo continua fino a quando il gas non viene completamente ionizzato, diventando di fatto un plasma.

Quando tutte le particelle del gas sono ionizzate, e possiamo quindi chiamarlo plasma, il numero n non cresce più, e neanche σ : la corrente continua ad aumentare perché le particelle del gas *urtano contro gli elettrodi* e ne **strappano**

via gli elettroni. Si forma quindi la scarica a bagliori, coincidente col tratto 3 della curva. Come possiamo vedere, anche in questo tratto il comportamento è approssimabile ad essere ohmico, fino a raggiungere un picco.

Dal picco in poi, nel tratto 4, la corrente cala repentinamente: in questa fase gli elettrodi sono così caldi, e la loro emissione di elettroni è così alta, che si forma il fenomeno dell'**arco voltaico**, che da il nome a questo tratto di curva. La corrente nel gas si azzera quasi completamente, tranne che per le zone interessate da un forte fascio di elettroni, appunto l'arco voltaico, che passa in prossimità delle zone centrali del volume del gas e collega i due elettrodi: questo arco emette fotoni dovuti alla perdita di energia degli elettroni ed è quindi apprezzabile visivamente.

L'andamento corrente tensione può essere studiato sia nel modo in cui lo abbiamo proposto qui, aumentando la tensione e studiando la corrente, che al contrario, variando la corrente e osservando il comportamento della tensione.

5 Fonti per testo e immagini; autori; licenze

5.1 Testo

- **Utente:Dan/Elettromagnetismo/Correnti elettriche stazionarie/Fenomeni dissipativi** *Fonte:* https://it.wikitolearn.org/Utente%3ADan/Elettromagnetismo/Correnti_elettriche_stazionarie/Fenomeni_dissipativi?oldid=43943 *Contributori:* Dan

5.2 Immagini

- **File:Figura5-4ELM.svg** *Fonte:* http://it.wikitolearn.org/images/it/7/77/Figura5-4ELM.svg *Licenza:* ? *Contributori:* ? *Artista originale:* ?
- **File:Figura5-5ELMbis.svg** *Fonte:* http://it.wikitolearn.org/images/it/3/3b/Figura5-5ELMbis.svg *Licenza:* ? *Contributori:* ? *Artista originale:* ?

5.3 Licenza dell'opera